

ĐÀO HUY BÍCH - PHAN VĂN HẠP - PHẠM THỊ OANH

PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN

NHÓM NGÀNH II



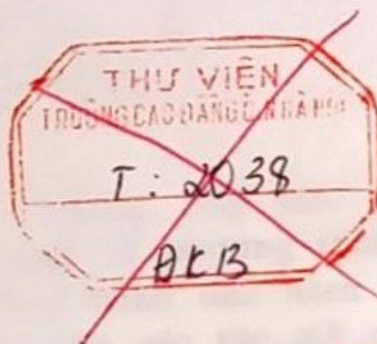
NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

ĐÀO HUY BÍCH - PHAN VĂN HẠP
PHẠM THỊ OANH



PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN

Nhóm ngành II



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI - 1998

LỜI NÓI ĐẦU

Giáo trình TOÁN cho nhóm ngành II (gồm các ngành Hóa - Địa - Dược) được biên soạn theo chương trình qui định của Bộ Giáo dục và Đào tạo và DHQG Hà Nội.

Nội dung giáo trình được chia làm 4 học phần tương đối độc lập với nhau.

Học phần 1: Đại số và Hình giải tích.

Học phần 2: Phép tính vi phân và tích phân của hàm một biến.

Học phần 3: Phép tính vi phân và tích phân của hàm nhiều biến. Chuỗi số và chuỗi hàm.

Học phần 4: Phương trình vi phân.

Theo qui định, mỗi học phần được giảng trong 3 đvht = 45 tiết chuẩn. Tỉ lệ giữa lý thuyết và bài tập khoảng 1 : 1 nhằm làm cho người học nắm cơ sở lý thuyết, biết vận dụng tương đối thành thạo những phương pháp giải, phương pháp tính toán tìm ra đáp án của các bài toán đã được lập sẵn. Tuy nhiên sự phân bố cụ thể, chi tiết có thể linh hoạt trong phạm vi cho phép tùy theo người dạy. Vì thời lượng hạn chế, một số kiến thức đã có trong chương trình lớp 12 của PTTH chỉ được nhắc lại khi cần thiết để nói rõ hơn về bản chất toán học và tiếp tục nâng cao.

Cuốn sách này (tương ứng học phần 4) nhằm giới thiệu những kiến thức cơ bản về phương trình vi phân thường và kiến thức nhập môn phương trình đạo hàm riêng, được biên soạn dựa trên những bài giảng của các tác giả cho sinh viên nhóm ngành II của trường Đại học Khoa học Tự nhiên trong những năm gần đây, thực hiện theo chương trình trên.

Nội dung cuốn sách gồm 4 chương.

Chương I trình bày các khái niệm cơ bản, định lý tồn tại duy nhất nghiệm và phương pháp giải các phương trình vi phân thường cấp I (phương trình tách biến, phương trình đẳng cấp, phương trình vi phân hoàn chỉnh và thừa số tích phân, phương trình tuyến tính, phương trình Bernoulli). Nhằm giúp người học sử dụng sau này để giải các phương trình phức tạp hơn, các giáo trình giới thiệu phương pháp gần đúng liên tiếp và các phương

pháp số (phương pháp Euler, phương pháp Euler cải tiến và phương pháp Runge - Kutta).

Chương II giới thiệu các khái niệm cơ bản về phương trình vi phân tuyến tính cấp cao, phương pháp tìm nghiệm của phương trình vi phân tuyến tính với hệ số hằng số và phương trình dạng Euler - Cauchy thuần nhất và không thuần nhất. Với phương trình không thuần nhất trình bày phương pháp hệ số chưa xác định và phương pháp biến thiên hằng số để xác định nghiệm riêng.

Chương III giới thiệu các phương pháp giải hệ phương trình vi phân cấp I tuyến tính với hệ số hằng số.

Chương IV trình bày các kiến thức nhập môn về phương trình đạo hàm riêng tuyến tính: phân loại phương trình đạo hàm riêng, phương pháp tách biến và nguyên lý cộng nghiệm, giới thiệu một số phương pháp giải bài toán Cauchy và bài toán hỗn hợp các phương trình đạo hàm riêng. Phương pháp được dùng nhiều trong giáo trình này là phương pháp Fourier giải bài toán hỗn hợp của phương trình tuyến nhiệt, phương trình truyền sóng và bài toán Dirichlet của phương trình Laplace. Sơ lược giới thiệu phương pháp sai phân giải phương trình đạo hàm riêng.

Cuối mỗi chương đều có một số lượng thích hợp các bài tập có hướng dẫn hoặc đáp số để người đọc tự kiểm tra kiến thức của mình.

Chúng tôi trân trọng cảm ơn Nhà Xuất bản Đại học Quốc gia Hà Nội đã cho xuất bản bộ sách "GIÁO TRÌNH TOÁN CHO NHÓM NGÀNH II".

Các tác giả chân thành cảm ơn PGS.PTS. Nguyễn Thủy Thanh, PGS.PTS. Phạm Chí Vĩnh đã đóng góp những ý kiến quý báu nhằm hoàn thiện nội dung bộ sách.

Vì nội dung đa dạng, thời lượng quá hạn chế, các vấn đề được trình bày có thể chưa làm thỏa mãn bạn đọc và cũng khó lòng tránh khỏi thiếu sót. Mong các đồng nghiệp và bạn đọc góp ý.

Các ý kiến đóng góp xin gửi về NXB ĐHQG Hà Nội.

Hà Nội, ngày 2/4/1998

Các tác giả

MỞ ĐẦU

Trong nhiều lãnh vực kỹ thuật, vật lý và khoa học xã hội ta thường gặp các bài toán dẫn đến việc xác định một hàm thỏa mãn phương trình có chứa một hay nhiều đạo hàm của hàm đó. Các phương trình như vậy gọi là phương trình vi phân.

Thí dụ 1. Định luật Newton mô tả chuyển động của chất điểm có khối lượng m chịu tác dụng của lực F có dạng : $mw = F$, trong đó w là gia tốc của chất điểm.

Ta xét một vài trường hợp đơn giản của chuyển động.

(i) *Vật có khối lượng m rơi tự do dưới tác dụng của trọng lực.* Trong trường hợp này $F = mg$, $w = \frac{d^2y}{dt^2}$; $y(t)$

là chiều cao của vật rơi tại thời điểm t so với mặt đất. Để xác định qui luật chuyển động ta cần tìm hàm $y(t)$ thỏa mãn phương trình

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = mg \quad (1)$$

Nếu tính đến lực cản của không khí và xem rằng lực này tỷ lệ với vận tốc của vật rơi, thì $F = mg - k \frac{dy}{dt}$ và phương trình chuyển động có dạng

MỤC LỤC

Trang

Mở đầu

Chương I

PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN THƯỜNG CẤP I

1.1. Định nghĩa	10
1.2. Các phương trình tách biến	12
1.3. Phương trình đẳng cấp	14
1.4. Phương trình vi phân hoàn chỉnh.	16
Thừa số tích phân	20
1.5. Phương trình vi phân thường cấp I tuyến tính	25
1.6. Phương trình Bernoulli	27
1.7. Phương pháp xấp xỉ Picard	28
1.8. Tồn tại và duy nhất nghiệm	31
1.9. Các phương pháp số	33
Bài tập chương I	37

Chương II

PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN THƯỜNG CẤP CAO TUYẾN TÍNH

2.1. Định nghĩa	43
2.2. Tồn tại và duy nhất nghiệm	

2.3. Biểu diễn dưới dạng toán tử. Nguyên lý cộng nghiệm	44
2.4. Định thức Wronski. Nghiệm tổng quát, hệ nghiệm cơ bản của PTVP thuần nhất	46
2.5. Nghiệm tổng quát của PTVP tuyến tính không thuần nhất	48
2.6. Phương trình tuyến tính cấp hai thuần nhất với hệ số hằng số	50
2.7. PTVP tuyến tính cấp cao với hệ số hằng số	54
2.8. PTVP tuyến tính cấp hai không thuần nhất	55
2.9. Phương pháp tìm nghiệm riêng của PTVP không thuần nhất	58
2.10. Phương pháp hạ bậc	66
2.11. Phương trình Euler - Cauchy	69
Bài tập chương II	76

Chương III

HỆ PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN TUYẾN TÍNH CẤP I

3.1. Định nghĩa	83
3.2. Hệ PTVP tuyến tính cấp I với hệ số hằng số	85
3.3. Đưa hệ PTVP tuyến tính cấp I về phương trình cấp cao tuyến tính	91
Bài tập chương II	96

Chương IV

PHƯƠNG TRÌNH ĐẠO HÀM RIÊNG TUYẾN TÍNH

4.1. Nhập môn phương trình đạo hàm riêng. Phân loại PTDHR. Phương pháp tách biến. Nguyên lý cộng nghiệm	98
4.2. Phương trình truyền nhiệt (phương trình loại parabolic)	104
4.3. Phương trình truyền sóng (phương trình loại hyperbolic)	113
4.4. Phương trình Laplace (phương trình loại elliptic)	125
4.5. Khái niệm về phương pháp sai phân giải phương trình đạo hàm riêng	129
Bài tập chương IV	136
Đáp số và lời giải bài tập các chương	140
Tài liệu tham khảo	156